**Фото конспектов и выполненных заданий присылать по почте** [**PetrovaT.D.1@yandex.ru**](mailto:PetrovaT.D.1@yandex.ru) **Практическая работа №18**

# Тема: «Понятие вероятности случайных событий. Случайные величины».

***Теория:***

***Основные понятия и определения.***

Пусть  - пространство элементарных событий рассматриваемого опыта. Для каждого возможного в этом опыте события А выделим совокупность всех элементарных событий, наступление которых необходимо влечёт наступление А. Эти элементарные события благоприятствуют появлению А. Множество этих элементарных событий обозначим тем же символом А, что и соответствующее событие.

Таким образом, событие А состоит в том, что произошло одно из элементарных событий, входящих в указанное множество А. Мы отождествляем событие А и соответствующее ему множество А элементарных событий.

Событие называется ***достоверным,*** если оно наступает в результате появления любого элементарного события. Обозначение: .

***Невозможным*** назовём событие, не наступающее ни при каком элементарном событии. Обозначение: ∅.

**Пример.** В опыте с кубиком достоверным является событие, что выпадет число, меньшее 7. Невозможным – выпадет отрицательное число.

***Суммой (или объединением) двух событий***  А и В назовём событие А+В (или А∪В), происходящее тогда и только тогда, когда происходит или А, или В. Сумме событий А и В соответствует объединение множеств А и В. Очевидные соотношения: А+∅=А, А+=, А+А=А.

**Пример.** Событие «выпало чётное» является суммой событий: выпало 2, выпало 4, выпало 6.

***Произведением (или пересечением) двух событий***  А и В назовём событие АВ (или А∩В), которое происходит тогда и только тогда, когда происходит и А, и В. Произведению событий А и В соответствует пересечение множеств А и В.

Очевидные соотношения: А∅=∅, А=А, АА=А.

**Пример.** «Выпало 5» является пересечением событий: выпало нечётное и выпало больше 3-х.

Два события назовём ***несовместными,*** если их одновременное появление в опыте невозможно, т.е. АВ=∅.

**Пример.** Выпало чётное число и выпало нечётное число – события несовместные.

Событие  назовём ***противоположным*** к А, если оно происходит тогда и только тогда, когда А не происходит. Очевидные соотношения: А+=, А=∅, =А.

**Пример.** Выпало чётное число и выпало нечётное число – события противоположные.

***Разностью событий*** А и В назовём событие А\В, происходящее тогда и только тогда, когда происходит А, но не происходит В. Очевидные соотношения: =\А, А\В=А.

Операции сложения и умножения обладают следующими свойствами: А+В=В+А, АВ=ВА, А(В+С)=АВ+АС, А(ВС)=(АВ)С.

**Пример.** Производится два выстрела по цели. Пусть событие А – попадание в цель при первом выстреле и В – при втором, тогда  и - промах соответственно при первом и втором выстрелах. Обозначим поражение цели событием С и примем, что для этого достаточно хотя бы одного попадания. Требуется выразить С через А и В.

**Решение.** Цель будет поражена в следующих случаях: попадание при первом и промах при втором; промах при первом и попадание при втором; попадание при первом и втором выстрелах. Перечисленные варианты можно соответственно записать: А, В и АВ. Интересующее нас событие заключается в наступлении или первого, или второго, или третьего вариантов (хотя бы одного), то есть

С= А+В+АВ.

С другой стороны, событие , противоположное С, есть промах при двух выстрелах, то есть , отсюда искомое событие С можно записать в виде С=.

# ***Комбинаторными задачами*** называются задачи, в которых необходимо подсчитать, сколькими способами можно сделать тот или иной выбор, выполнить какое-либо условие.

Пусть имеется множество, содержащее n элементов. Каждое его упорядоченное подмножество, состоящее из k элементов, называется ***размещением из n элементов по k элементов:***

, где n!=1\*2\*3\*…\*n

**Пример.** Группа учащихся изучает 7 учебных дисциплин. Сколькими способами можно составить расписание занятий на понедельник, если в этот день недели должно быть 4 различных урока?

**Решение.** Число способов равно числу размещений из 7 элементов по 4, т.е. равно . Получаем =.

Размещения из n элементов по n элементов называются ***перестановками из n элементов:***

.

**Пример.** Сколько шестизначных чисел, кратных пяти, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 при условии, что в числе цифры не повторяются?

**Решение.** Цифра 5 обязана стоять на последнем месте. Остальные пять цифр могут стоять на оставшихся пяти местах в любом порядке. Следовательно, искомое число шестизначных чисел, кратных пяти, равно числу перестановок из пяти элементов, т.е. 5!=5\*4\*3\*2\*1=120.

***Сочетания.*** Пусть имеется множество, состоящее из n элементов. Каждое его подмножество, содержащее k элементов, называется ***сочетанием из n элементов по k элементов:***

******

**Пример.** Сколько матчей будет сыграно в футбольном чемпионате с участием 16 команд, если каждые две команды встречаются между собой один раз?

**Решение.** Матчей состоится столько, сколько существует двухэлементных подмножеств у множества, состоящего из 16 элементов, т.е. их число равно .

***Свойства сочетаний:***



***Классическое определение вероятности:*** вероятность Р(А) события А равна отношению числа возможных результатов опыта (М), благоприятствующих событию А, к числу всех возможных результатов опыта (N):

******.

**Пример 1.** Подбрасывание игральной кости один раз. Событие А состоит в том, что выпавшее число очков – чётно. В этом случае N=6 – число граней куба; М=3 – число граней с чётными номерами; тогда Р(А)=3/6=1/2.

**Пример 2.** Подбрасывание симметричной монеты 2 раза. Событие А состоит в том, что выпало ровно 2 герба. В этом случае N=4, т.к. ={ГГ, ГР, РГ, РР}; М=1, т.к. А={ГГ}. Тогда Р(А)= ¼.

**Пример 3.** Вытягивание шара из урны, содержащей 2 белых и 3 чёрных шара. Событие А состоит в том, что вытянули чёрный шар. В этом случае N=2+3=5 (общее число шаров в урне), М=3 (число чёрных шаров), тогда Р(А)=3/5.

**Пример 4.** Набирая номер телефона, абонент забыл две последние цифры. Какова вероятность того, что он с первого раза наберёт эти цифры правильно, если он помнит, что они различны?

**Решение.** Обозначим А – событие, состоящее в том, что абонент, набрав произвольно две цифры, угадал их правильно. М – число правильных вариантов, очевидно, что М=1; N – число различных цифр, . Таким образом, Р(А)=M/N=1/90.

**Пример 5.** Шесть шариков случайным образом располагаются в шести ящиках так, что для каждого шарика равновероятно попадание в любой ящик и в одном ящике может находиться несколько шариков. Какова вероятность того, что в каждом ящике окажется по одному шарику?

**Решение.** Событие А – в каждом ящике по одному шарику. М – число вариантов распределения шариков, при которых в каждый ящик попадает по одному шарику, М=6! (число способов переставить между собой 6 элементов). N – общее число вариантов N=66 (так как каждый шарик может попасть в каждый из ящиков). В результате получаем .

**Пример 6.** В урне 3 белых и 4 чёрных шара. Из урны вынимаются два шара. Найти вероятность того, что оба шара будут белыми.

**Решение.** Обозначим: А – событие, состоящее в появлении белых шаров; N – число способов вытащить 2 шара из 7; ; M – число способов вытащить 2 белых шара из имеющихся 3 белых шаров; .

******

***Задания:***

1. Случайное событие – это

а) факт, который произойдёт обязательно;

б) факт, который может произойти или не произойти

в) факт, который должен произойти.

1. Извлекается одна карта из колоды в 36 карт. Вероятность того, что будет извлечена карта с изображением дамы равна

а) 1/4

б) 1/9

в) 1/6

г) 1/36

1. Два стрелка производят по одному выстрелу по одной мишени. События: А – попадание в мишень первым стрелком, В – попадание в мишень вторым стрелком; С – попадание в мишень двумя стрелками. Событие С является:

а) пересечением событий А и В;

б) разностью событий А и В;

в) объединением событий А и В; г) пересечением противоположных событий.

1. В двух одинаковых ящиках имеются одинаковые изделия. В первом ящике 5 качественных и 3 бракованных, а во втором – 6 качественных и 2 бракованных. Наудачу выбирается один из ящиков и из него извлекается одно изделие. Вероятность того, что оно качественное равна:

а) 15/32;

б) 11/64;

в) 11/16; г) 11/32.