**Практическое занятие №50.** Исследование функций с помощью производной.

Цель работы: формирование навыков исследования функций и построения их графиков с помощью производной.

**Основные теоретические сведения**

*Общая схема исследования функции и построение её графика.*

* 1. Найдите область определения функции.
	2. Исследуйте функцию на четность или нечетность.
	3. Найдите точки пересечения графика функции с осями координат.
	4. Найдите промежутки знакопостоянства.
	5. Найдите промежутки монотонности функции, её экстремумы.
	6. Найдите промежутки выпуклости графика функции, её точкиперегиба.
	7. Постройте график функции, используя полученные результатыисследования.

**Построить график функции**$у=х^{3}-6х^{2}+9х-3$**.**

1. $D\left(y\right)=R$;
2. Данная функция не является ни четной, ни нечетной; кроме того, она не является периодической;
3. Найдем точку пересечения графика с осью Оу: пологая, что $х=0$, получим $у=-3$. Точку пересечения графика с осью Ох в данном случае затруднительно.
4. Найдем промежутки монотонности функции ее экстремумы и промежутки знакопостоянства с помощью производной:
	1. Найдем производную: $у^{⁄}=3х^{2}-12х+9$.
	2. $у^{/}=0 \rightarrow 3х^{2}-12х+9=0 \rightarrow х=1 и х=3$
	3. Отметим данные точки на числовой прямой и определим промежутки возрастания и убывания функции:

1

3

$$у^{/}$$

$$у$$

$$у$$

$$у^{/}$$

1

3

$$у$$

$$у^{/}$$

1

3

1

3

$$у^{/}$$

$$у$$

+

+

-

Точки х=1 и х=3 делят область определения функции на три промежутка: $-\infty <х<1, $

$1<х<3,и 3<х<\infty $. В промежутках $-\infty <х<1 и 3<х<\infty у^{/}>0$, т. е. функция возрастает, а в промежутке $1<х<3 у^{/}<0 $, т. е функция убывает.

* 1. При переходе через точку х=1 производная меняет знак с плюса на минус, а при переходе через точку х=3 – с минуса на плюс. Значит $у\_{max}=y\left(1\right)=1$, $у\_{min}=y\left(3\right)==-3$.
1. Найдем вторую производную: $у^{⁄⁄}=6х-12;6х-12=0\rightarrow х=2$. Отметим данную точку на числовой прямой и исследуем функцию на выпуклость и вогнутость:

2

$$у^{⁄⁄}$$

у

-

+

 Точка х=2 делит область определения функции на два промежутка $-\infty <х<2$ и$2<х<\infty $ В первом из них $у^{⁄⁄}<0$, а во втором $у^{⁄⁄}>0$, т. е. в промежутке $-\infty <х<2$кривая выпукла вверх, а в промежутке $2<х<\infty $ выпукла вниз. Таким образом, точка перегиба $\left(2; -1\right)$.

1. Используя полученные данные, строим график функции:



**Задания для выполнения:** Исследовать функции и построить их графики:

|  |  |
| --- | --- |
| ***1 вариант*** | ***2 вариант*** |
|  | $$у=х^{2}+5х+4$$ |  | $$у=-х^{2}+2х+15$$ |
|  | $$у=-х^{3}+х$$ |  | $$у=3х^{3}-х$$ |

На проверку отправить исследование функций и построение их графиков.