На 16.03.2020

**Практическое занятие №32.** Числовая последовательность. Предел последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Цель работы: формировать навыки вычисления членов последовательностей, пределов последовательностей.

**Теоретические сведения:**

Функция у=f (n) натурального аргумента n (n=1; 2; 3; 4;...) называется числовой последовательностью.

Существуют следующие способы задания числовой последовательности:

1. *Словесный способ.* Представляет собой закономерность или правило расположения членов последовательности, описанный словами.
2. *Аналитический способ.* Последовательность задается формулой n-го члена: уn=f(n). По этой формуле можно найти любой член последовательности.
3. *Рекуррентный способ.*  Задается формула, по которой каждый следующий член находят через предыдущие члены. В случае рекуррентного способа задания функции всегда дополнительно задается один или несколько первых членов последовательности.

Числовую последовательность называют *возрастающей*, если ее члены возрастают (уn+1уn) и убывающей, если ее члены *убывают* (уn+1n).

Возрастающая или убывающая числовые последовательности называются *монотонными*.

Пусть  – точка прямой, а  – положительное число. Интервал  называется окрестностью точки , а число  − радиусом окрестности.

Рассмотрим числовую последовательность, общий член которой приближается к некоторому числу b при увеличении порядкового номера *n*. В этом случае говорят, что числовая последовательность имеет предел. Это понятие имеет более строгое определение.

Число b называют пределом последовательности (уn), если в любой заранее выбранной окрестности точки b содержат все члены последовательности, начиная с некоторого номера

.



***Теорема 1*** Если , , то:

1. Предел суммы/разности двух последовательностей равен сумме/разности пределов от каждой из них, если последние существуют:

;

1. Предел произведения двух последовательностей равен произведению пределов от каждой из них, если пределы сомножителей существуют:

;

1. Предел отношения двух последовательностей равен отношению пределов от каждой из них, если эти пределы существуют и предел знаменателя не равен нулю:

;

1. Постоянный множитель можно вынести за знак предела:

.

Для любого натурального показателя m и любого коэффициента k справедливо соотношение:

.

Для любого натурального показателя m и любого коэффициента k справедливо соотношение:

.

***Теорема 1*** Если , , то:

1. Предел суммы/разности двух функций равен сумме/разности пределов от каждой из них, если последние существуют:

;

1. Предел произведения двух функций равен произведению пределов от каждой из них, если пределы сомножителей существуют:

;

1. Предел отношения двух функций равен отношению пределов от каждой из них, если эти пределы существуют и предел знаменателя не равен нулю:

;

1. Постоянный множитель можно вынести за знак предела:

.

Функцию у=f(x) называют непрерывной в точке x=a, если предел функции у=f(x) при стремлении x к a равен значению функции в точке х=а.

.

***Первый замечательный предел: ***.

Бесконечно убывающей геометрической прогрессией называется геометрическая прогрессия, знаменатель которой удовлетворяет условию $\left|q\right|<1$.

Формула суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии:

$$S=\frac{b\_{1}}{1-q}$$

**Задания для выполнения:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Вариант 1** | **Вариант 2** |
| Запиши первые пять членов последовательности, если общая формула последовательности:  an=0,4n.  Ответ:  а1= a2= a3= a4= a5=  | Запиши первые пять членов последовательности, если общая формула последовательности:  an=0,8n.  Ответ:  а1= a2= a3= a4= a5=  |
| Начало формыДана последовательность:2,3,5,8,13,... .Тринадцатый член этой последовательности равен:Конец формы | Начало формыПоследовательность задана следующим образом: 2,3,5,8,13,... . Восьмой член этой последовательности равен:Конец формы |
| Найди три первые члена последовательности  an=(−1)7n +7n и вычисли их сумму.Ответ:a1=       a2=         a3=S3= | Найди три первые члена последовательности  an=(−1)14n +14n и вычисли их сумму.Ответ:a1=       a2=         a3=S3= |
| Вычисли три последующих члена последовательности, если a1=6 и an=3⋅an−1+3  Ответ:a2 = a3 = a4 =  | Вычисли три последующих члена последовательности, если a1=3 и an=3⋅an−1+3  Ответ:a2 = a3 = a4 =  |
| Дана последовательность, у которой  a1=7   a2=8 и an=2⋅an−2−an−1.  Вычисли четвертый член последовательности.Ответ:Четвертый член последовательности равен . | Дана последовательность, у которой  a1=13   a2=6 и an=3⋅an−2− an−1.  Вычисли четвертый член последовательности.Ответ:Четвертый член последовательности равен . |
| По заданной формуле n-го члена вычисли первые три члена последовательности  (yn).yn=8n2−2n. Ответ:y1= y2= y3= | По заданной формуле n-го члена вычисли первые три члена последовательности  (yn).yn=3n2−2n. Ответ:y1= y2= y3= |
| Укажи номер члена последовательности$y\_{n}=\frac{13-n}{5n+10}$ равного $\frac{8}{35}$ n= | Укажи номер члена последовательности$y\_{n}=\frac{8-n}{5n+8}$ равного $\frac{17}{13}$ n= |
| **2. Вычисли пределы последовательностей** |
|  |  |
| **3. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия** |
| Найди сумму геометрической прогрессии (bn), если: b1=7,q=0,5 | Найди сумму геометрической прогрессии (bn), если: b1=6,q=0,2 |
| Вычисли знаменатель q и сумму S геометричес-кой прогрессии (bn) если: b1=6, b2=5. | Вычисли знаменатель q и сумму S геометричес-кой прогрессии (bn) если: b1=11, b2=10. |
| Найди знаменатель q геометрической прогрессии (bn) если:S=11, b1=12. | Найди знаменатель q геометрической прогрессии (bn) если:S=9, b1=14. |
| Вычисли первый член b1 геометрической прогрессии (bn), если:S=8 и q=0,1. | Вычисли первый член b1 геометрической прогрессии (bn), если:S=5 и q=0,9. |
| Найди  4-й член геометрической прогрессии (bn), если:S=16 q=1/4 | Найди  5-й член геометрической прогрессии (bn), если:S=32 q=1/8 |